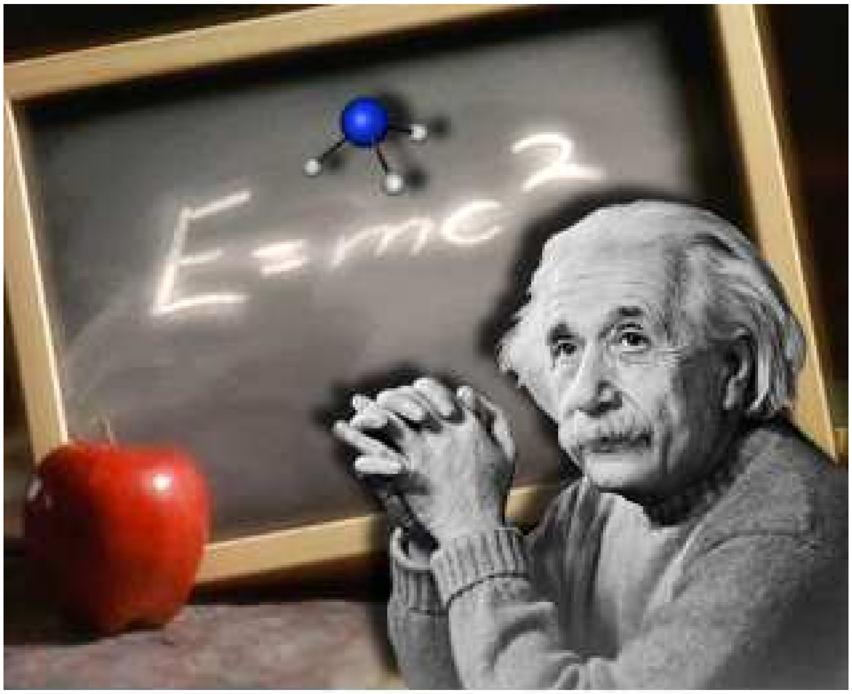


Asignatura de
Física I

Unidad II Sistemas de Vectores

"A resolver ejercicios"

Ing. Laura Istabhay Ensástiga Alfaro.

Resolución de problemas.

Lo más complicado en las ciencias que se consideran exactas (Matemáticas, Física y Química) y que es de suma importancia, es la resolución de ejercicios mejor conocidos como problemas.

Esto se hace complejo porque se debe de aplicar los principios y las ecuaciones a una situación específica; no existe una regla universal para la realizar la resolución, pero se dan estrategias generales para poder tener una mejor opción, de los cuales se mencionan:

- *Asegúrate de entender el problema*. Esto es el punto primordial, ya que si nosotros no sabemos que nos quieren dar a entender ni que es lo que el ejercicio tiene no podremos comenzar a resolverlo. Se recomienda leerlo una o varias veces según sea el caso de cada quien y comenzar a extraer los datos que nos presenta el ejercicio, se puede sugerir realizar una lista; pues se llegan a evadir datos cruciales.
- *Idear una estrategia*. Esto es a que muchos ejercicios no son de sustituir de manera directa los datos en una ecuación, se tienen que realizar diversos procedimientos previos a la sustitución "directa" para poder encontrar la solución adecuada y correcta.
- *Las ecuaciones son expresiones de principios físicos*. Esto es saber entender tanto la ecuación así como los datos que nos brinda el ejercicio.
- *Verificar la correcta aplicación de las ecuaciones*. Es una causa muy común que si se elige mal la ecuación o se mal interpretan los datos se caerá en un fracaso en la solución de los problemas.
- *La mayor parte de ejercicios pueden ser resueltos por más de un método*. Bien entendidas las condiciones que se presentan en un ejercicio y aplicando los principios adecuados, en algunos casos se pueden encontrar dos o más formas de encontrar la solución adecuada.

Un procedimiento más adecuado para poder resolver los problemas en física se puede sintetizar de la siguiente manera:

1. Lee detenidamente el problema y analízalo exhaustivamente; anote los datos que tenga el problema e identifique lo que se solicita.
2. Sí es necesario elabore un diagrama para visualizar y analizar lo que el ejercicio propone, esto resulta ser algo de mucha utilidad.
3. Identifique los diversos principios que se van a aplicar y si es necesario plantear una estrategia para la aplicación de los diversos principios.
4. Sí es necesario simplificar las expresiones matemáticas (fórmulas), antes de realizar sustituciones, esto nos ayudará para reducir el tiempo de solución de los ejercicios.
5. Antes de las sustituciones, verifique, que las unidades sean homologas y congruentes, ya que no podemos mezclar las unidades.
6. Sustituir adecuadamente los datos con sus respectivas unidades en las expresiones matemáticas adecuadas.
7. Analizar el resultado este se identifica si es adecuado, pues en muchas ocasiones los resultados de simple vista pueden ser incoherentes, sí esta adecuado se ha concluido correctamente el ejercicio.

Métodos de solución de magnitudes vectoriales.

Como previamente se había mencionado a cada método gráfico, tiene un correspondiente método analítico, así que se irán explicando a la par para poder resolver adecuadamente los ejercicios, ya que los vectores tienen características para su solución.

Tenemos tres características que hacen que los métodos se puedan aplicar adecuadamente, que son:

- **CUANDO TENEMOS DOS VECTORES Y ENTRE ELLOS FORMAN UN ÁNGULO RECTO (90°)**.

Para este caso tenemos dentro de los métodos gráficos esta el del triángulo y de los analíticos el Teorema de Pitágoras.

Método gráfico; del Triángulo. Como ya se menciono, en el ejercicio como condición es que nos deben de indicar dos elementos para poder resolverlo, pueden indicarnos dos vectores para encontrar el vector resultante o un vector y el vector resultante para poder identificar el segundo vector que hace que se cumpla el vector resultante.

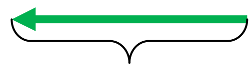
Lo anterior se puede interpretar más complicado de lo que parece, pero para los efectos de la solución es más sencillo.

Recordando el método, dentro del plano cartesiano debemos de comenzar en el punto del origen, en donde primero se ubicará la primer fuerza, en el mismo origen colocaremos la segunda fuerza y de ahí, las uniremos y esa línea será nuestra resultante; el ángulo se mide con un transportador del origen hacía donde se encuentra el vector resultante. Al trazar cada uno de los vectores debemos de recordaren establecer una escala para poder interpretar los datos ya que en ocasiones se manejan valores o muy pequeños o muy grandes.

Ejemplo:

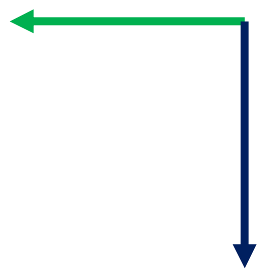
Se tiene una fuerza de 15 N al oeste y otra de 20 N al sur, cual es la resultante y su ángulo.

1. Trazar el primer vector que es el de 15 N al oeste. (Recuerden el establecer una escala.

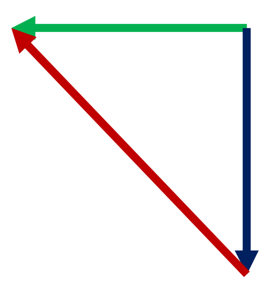


El vector debe de tener la medida de la escala equivalente a los 15 N desde el origen hasta la punta de la flecha, esto siempre será para cualquier vector que se trace o se mida.

2. Se va a trazar el segundo vector con una magnitud de 20 N al sur, comenzando en el mismo origen.

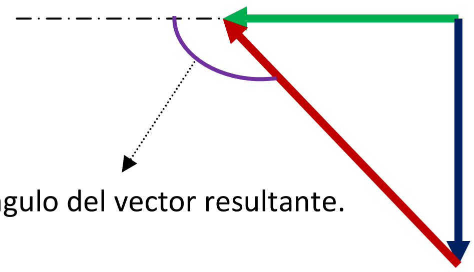


3. Teniendo los dos vectores unimos ambas puntas de flecha formando un nuevo vector, comenzando de la punta del segundo vector hacia el primero.



4. Para conocer la resultante se mide ese vector que encontramos de manera gráfica, el resultado de la medición es aproximadamente 25 N, recordando que hay que acondicionar el valor dependiendo la escala que uno haya designado.

5. El ángulo se mide con un transportador, sólo se indicará de que punto hasta donde se debe de medir.



Este es el ángulo del vector resultante.

Aproximadamente al medirlo obtenemos 127°.

6. Así que cuando nos pidan la resultante y el ángulo; como en éste ejemplo, se escribe: Resultante = $25\ N\ \angle\ 127°$

Método analítico: Teorema de Pitágoras. Para el método analítico antes que nada recordaremos que se deben de utilizar fórmulas, las cuales son:

$$c^2 = a^2 + b^2 \qquad \tan\ \theta = \frac{b}{a}$$

En donde a y b, serán los vectores del sistema y c será equivalente al vector resultante. Realizando el ejemplo anterior pero ahora de manera analítica; como datos tenemos dos fuerzas una de 15 N y otra de 20 N, con lo que sustituiremos para encontrar el valor de la resultante a partir del Teorema de Pitágoras y para el ángulo a partir de la función trigonométrica, obteniendo:

$$c = \sqrt{(15\ N)^2 + (20\ N)^2} = \sqrt{225\ N^2 + 400\ N^2} = \sqrt{625\ N^2} = 25\ N$$

$$\tan\theta = \frac{b}{a} \therefore \theta = \tan^{-1}\left(\frac{b}{a}\right) \qquad \theta = \tan^{-1}\left(\frac{20\ N}{15\ N}\right) = \tan^{-1}\left(1.3\bar{3}\right) = 53.13° \qquad \textit{para encontrar}$$

$$\textit{la posición exacta del ángulo a } 180° \textit{ hay que restar el ángulo obtenido, con lo que,}$$
$$\textit{el resultado es: } \theta = 180° - 53.13° = 126.87°$$

El resultado del método gráfico y el analítico van a diferir por que todos los métodos gráficos son menos precisos, aunque en este ejemplo no se ve gran diferencia entre ambos métodos.

- **CUANDO TENEMOS DOS VECTORES Y ENTRE ELLOS NO FORMAN UN ÁNGULO RECTO.**

Para este caso tenemos dentro de los métodos gráficos esta el del paralelogramo y de los analíticos la Ley de Senos y Cosenos.

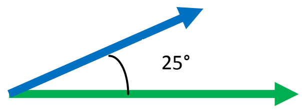
Método gráfico; del Paralelogramo. En este caso debemos de tener dos fuerzas en diferentes ángulos que no formen entre sí un ángulo recto (90°), para este caso debemos de resolverlo dibujando ambos vectores con sus respectivos ángulos utilizando en mismo origen, de ahí se sobreponen de manera opuesta para formar un paralelogramo y uniendo el origen y el termino de la sobreposición esa será nuestra resultante, y el ángulo se mide igual con un transportador.

Ejemplo:

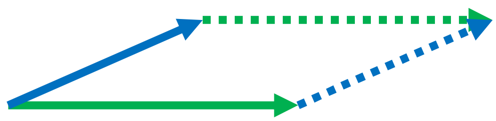
Se tiene una fuerza de 25 N al este y otra de 10 N a 25°, cual es la resultante y su ángulo.

1. Trazar el primer vector que es el de 25 N al este. (Recuerden establecer su escala)

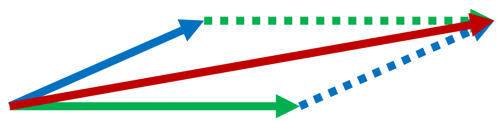
2. Utilizando el mismo origen, se mide el ángulo y se traza la fuerza dos de 10 N, el ángulo es de 25°



3. Ya teniendo los dos vectores se sobreponen de la siguiente manera.

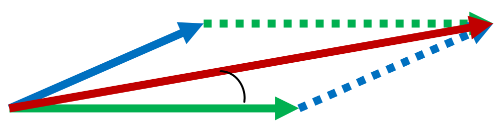


4. Para encontrar la resultante se unen las dos uniones de ambos vectores.



5. Se mide el vector y esa es nuestra resultante. Obteniendo 40 N

6. El ángulo que necesitamos medie es el siguiente



El que se indica es el ángulo de la resultante, al medirlo aproximadamente mide 12°.

Método analítico: Ley de Senos y Cosenos. Para el método analítico antes que nada recordaremos que se deben de utilizar fórmulas y una representación de los elementos para que la ley de senos y cosenos se apliquen correctamente, las cuales son:

Ley de Cosenos

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2\ a\ b\ Cos\,\theta$$

Ley de Senos

$$\frac{a}{sen\ \alpha} = \frac{b}{sen\ \beta} = \frac{c}{sen\ \delta}$$

Al igual que en el caso anterior a y b son las fuerzas y c va a ser el vector resultante.

Antes de comenzar las sustituciones debemos calcular θ, que para facilidad se hace lo siguiente: $\theta = 180° - 25° = 155°$

Ahora si podremos pasar a encontrar la resultante:

$$c = \sqrt{\left[(25N)^2 + (10N)^2 - 2 \times 25N \times 10N \times Cos(155°)\right]} = \sqrt{\left(625N^2 + 100N^2 - \left[-453.1539N^2\right]\right)}$$

$$c = \sqrt{11781539N^2} = 34.3242N$$

Para el ángulo utilizaremos la Ley de Senos y esta se ocupa sólo dos incógnitas.

$$\frac{a}{sen\alpha} = \frac{c}{sen\delta} \qquad como\ necesitamos\ encontrar\ \alpha \qquad \therefore \alpha = sen^{-1}\left(\frac{a\ sen\delta}{c}\right)$$

$$\alpha = sen^{-1}\left(\frac{25\,N \times sen(155°)}{34.3242\,N}\right) = sen^{-1}(0.3078) = 17.9275°$$

En este caso ya se nota un poco más la diferencia debido a las medidas y los diversos trazos que se realizan en el método gráfico contra el analítico.

- **CUANDO TENEMOS TRES O MÁS VECTORES**

Para resolver este caso utilizaremos el método del Polígono en el caso de los gráficos y de los analíticos el Método de las Componentes.

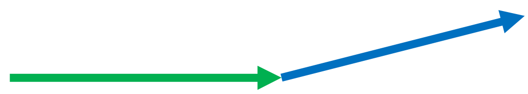
Método gráfico; del Polígono. En este caso se deben de tener 3 o más vectores, y en este caso se va colocando cada vector con su respectivo ángulo, el origen de uno será donde termina el anterior, para la resultante del último vector al origen del primero es la dimensión de la equivalencia.

Ejemplo:

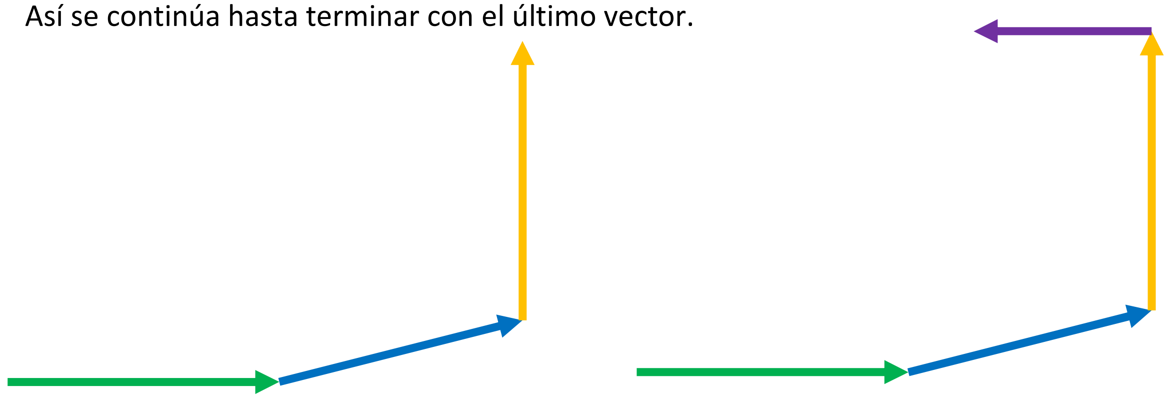
Se tienen un conjunto de fuerzas 5 N al este, 6 N a 15°, 7 N a 90° y 4 N a 180°

1. Primero se indica el primer vector. (Recordar establecer una escala)

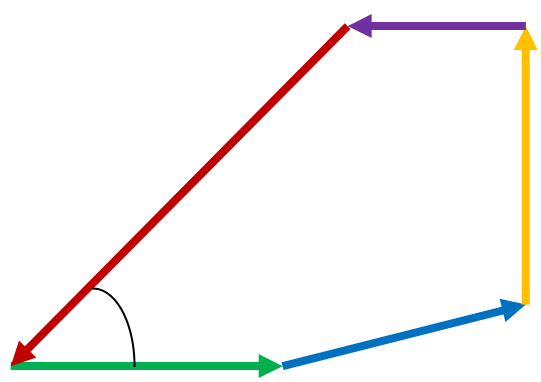
2. Donde termina el primer vector, se considera el origen del siguiente y se traza con las condiciones indicadas.



3. Así se continúa hasta terminar con el último vector.



4. Para la resultante se une el origen, con el término del último vector.



Se mide el vector y ese es el valor de nuestra resultante que es de 11 N, el ángulo se mide con el transportador y es de 51°

Método analítico: Método de las componentes. Este método consiste en descomponer el vector en lo que equivale a un valor en el eje de las abscisas y en el eje de las ordenadas y realizar una sumatoria de éstos y encontrar al igual su ángulo.

Lo que sí debemos tener presentes las siguientes fórmulas:

Componente en X	*Componente en Y*	*RESULTANTE*	*Ángulo*
$V \times \cos\phi$	$V \times sen\phi$	$\sqrt{\left(\sum fx\right)^2 + \left(\sum fy\right)^2}$	$\tan\theta = \frac{\sum fx}{\sum fy}$

Componentes en X		Componentes en Y	
$5\,N \times \cos 0° =$	5.0 N	$5\,N \times sen\ 0° =$	0 N
$6\,N \times \cos 15° =$	5.7956 N	$6\,N \times sen 15° =$	1.5529 N
$7\,N \times \cos 90° =$	0 N	$7\,N \times sen\ 90° =$	7 N
$4\,N \times \cos 180° =$	-4.0 N	$4\,N \times sen\ 180° =$	0 N
	6.7956 N		8.5529 N

Para obtener la resultante:

$$R = \sqrt{(6.7956\,N)^2 + (8.5529\,N)^2} = \sqrt{119.3323\,N^2} = 10.9239\,N$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{\sum fy}{\sum fx}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{73.1521\ N^2}{46.1801\ N^2}\right) = 57.7362°$$

REFERENCIAS

1. Pérez Montiel, H., (2000), *Física general,* Publicaciones Cultural, 2ª. Edición, México.
2. Tippens, (2003), *Física Conceptos y Aplicaciones*, Mc. Graw Hill, 4ª. Edición, México.
3. Wilson, J., Buffa, A., (2003), *Física*, Pearson-Prentice Hall, 5ª. Edición, México.